

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2023-2024

Prova scritta in aula del 06.02.2024

Parte II - Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità B , M_B .

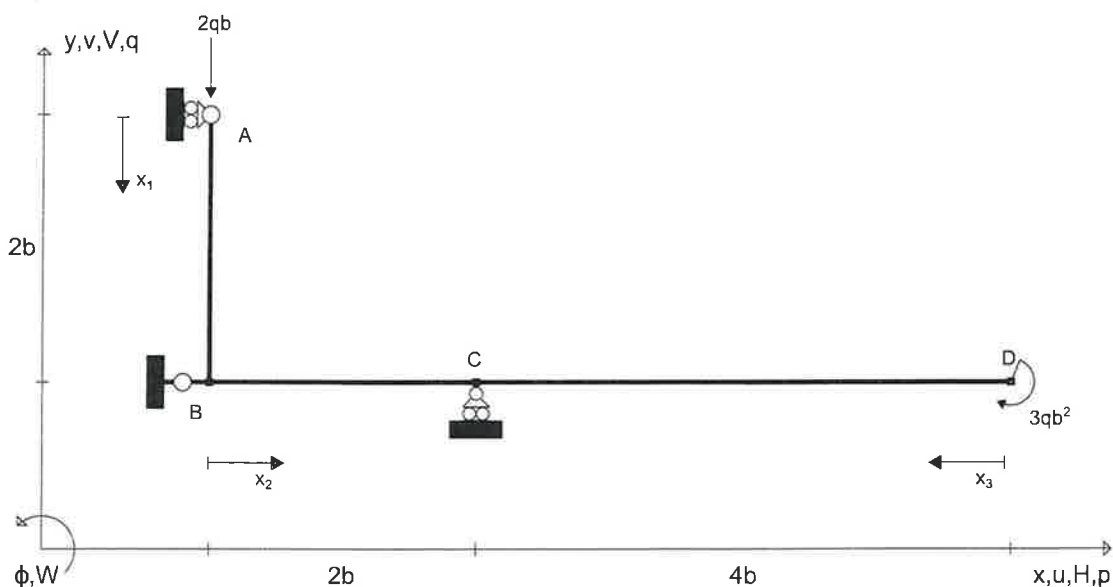
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Calcolare infine, riapplicando il PLV, la rotazione del punto A , φ_A .

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 06.02.24*001



Eq. di GUSMANA: $\Delta\varphi_{(B)} = 0$

Esercizio n. 2 (7 punti)

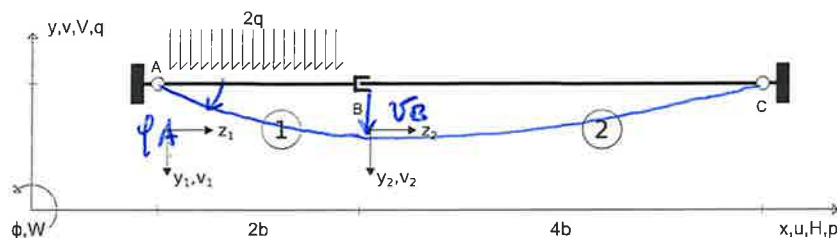
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti *A*, *B* e *C*.

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

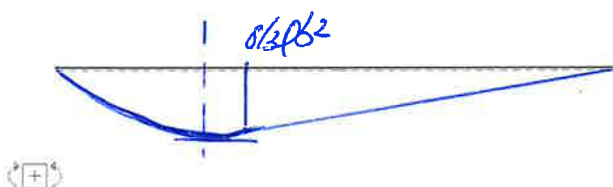
1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v'_1(z_1) \cup v'_2(z_2)$;
3. La rotazione del punto *A*, φ_A ;
4. Lo spostamento verticale del punto *B*, v_B .

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 06.02.24*001



↑ ⊕ ↓



⊕ ⊕ ⊕

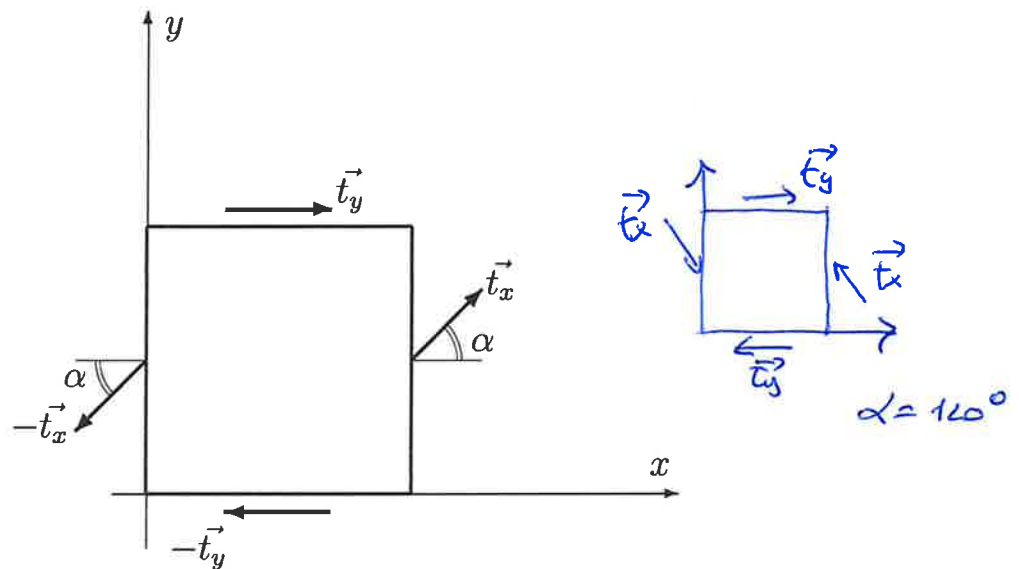
$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= 0; & V_A (\uparrow) &= \frac{10}{3}pb; & H_C (\Rightarrow) &= 0; & V_C (\uparrow) &= \frac{2}{3}pb; \\
 N_{AB} &= 0; & T_{AB} &= \frac{10}{3}pb - 2qz_1; & M_{AB} &= \frac{10}{3}pbz_1 - qz_1^2; \\
 N_{BC} &= 0; & T_{BC} &= -\frac{2}{3}pb; & M_{BC} &= \frac{8}{3}pb^2 - \frac{2}{3}pbz_2; \\
 \text{c.c in A} &= v_1(z_1=0)=0; & \text{c.c in B} &= v_1(z_1=2b)=v_2(z_2=0); & v_1'(z_1=2b) &= v_2'(z_2=0); \\
 & & \text{c.c in C} &= v_2(z_2=4b)=0; \\
 v_1(z_1) &= \frac{1}{EJ} \left(-\frac{5}{9}pbz_1^3 + \frac{1}{2}qz_1^4 + \frac{5}{9}pb^3z_1 \right); & v_1'(z_1) &= \frac{1}{EJ} \left(-\frac{5}{3}pbz_1^2 + \frac{1}{3}qz_1^3 + \frac{5}{9}pb^3 \right); \\
 v_2(z_2) &= \frac{1}{EJ} \left(-\frac{8}{3}pb^2z_2 + \frac{1}{9}pbz_2^3 + \frac{14}{9}qz_2^3 + 8pb^4 \right); & v_2'(z_2) &= \frac{1}{EJ} \left(-\frac{8}{3}pb^2 + \frac{1}{3}pbz_2^2 + \frac{14}{9}qz_2^2 \right); \\
 v_B &= \frac{8pb^4}{EJ} \quad (\downarrow); & \varphi_A &= \frac{50pb^3}{9EJ} \quad (\downarrow);
 \end{aligned}$$

Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) \vec{t}_x e \vec{t}_y rispettivamente; di questi \vec{t}_x è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = 120^\circ$ (sicché; $\sin \alpha = \sqrt{3}/2$; $\cos \alpha = -1/2$) e ha modulo di valore $|\vec{t}_x| = 25$ MPa. L'altro vettore sforzo, \vec{t}_y , è invece *orizzontale*, come indicato in Figura.

Si chiede di determinare le componenti σ_x , σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2 , e la massima tensione tangenziale, τ_{\max} .

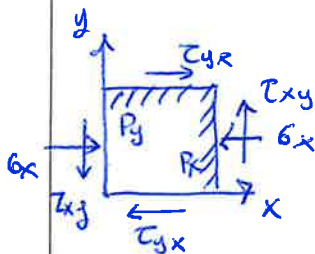
Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1 .



$$\sigma_x = -12,520 \text{ (MPa)}; \sigma_y = 0,000 \text{ (MPa)}; \tau_{xy} = -21,650 \text{ (MPa)};$$

$$\sigma_1 = 16,285 \text{ (MPa)}; \sigma_2 = -28,785 \text{ (MPa)}; \tau_{\max} = 22,535 \text{ (MPa)};$$

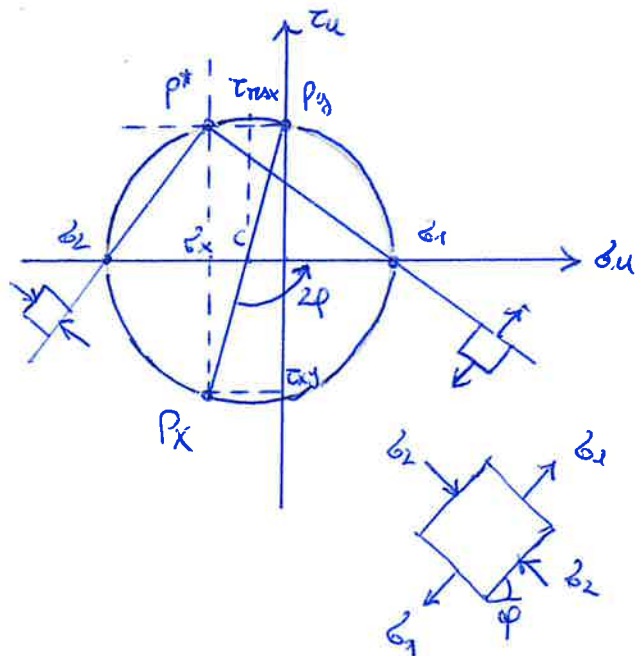
cerchio di Mohr:

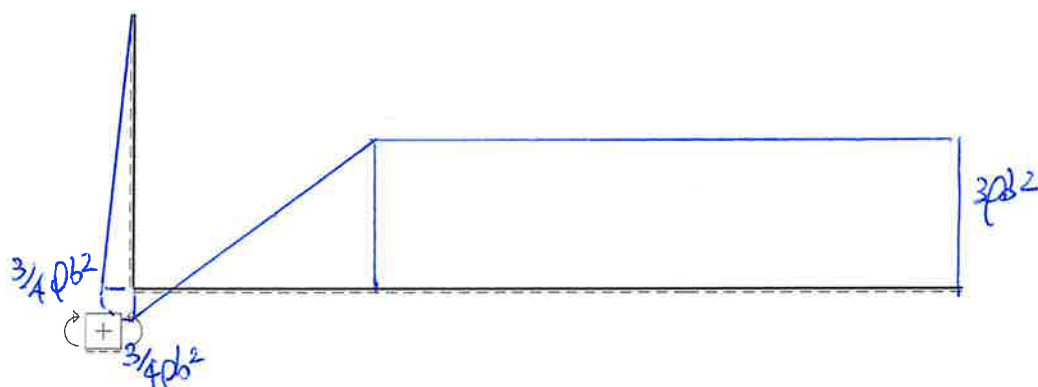
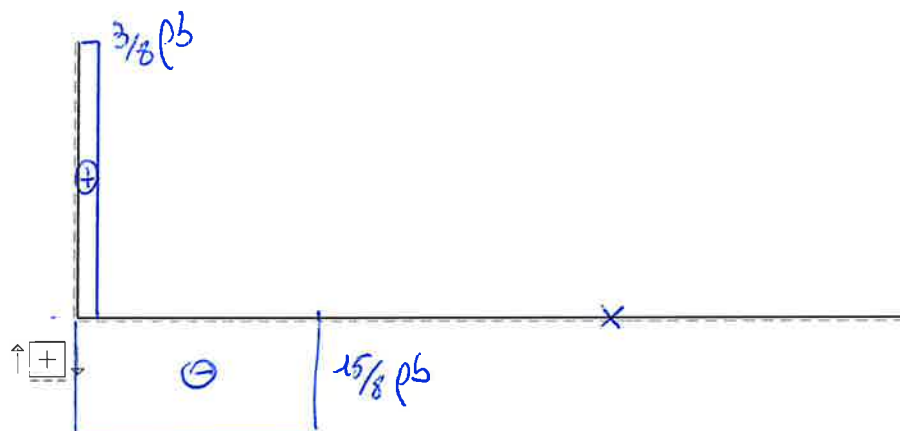
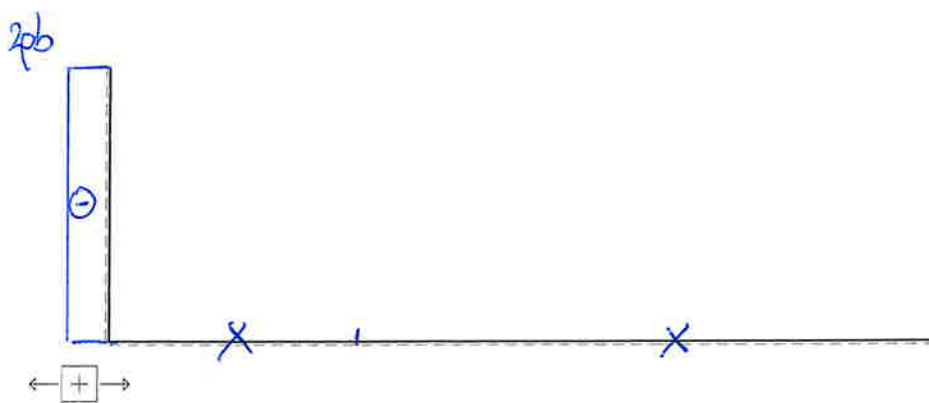


$$P_x = (-12,520; -21,650)$$

$$P_y = (0,000; +21,650)$$

$$\varphi = 53,05^\circ;$$





$$\begin{aligned}
 H_A(\Rightarrow) &= \frac{3}{8}pb; H_B(\Rightarrow) = -\frac{3}{8}pb; V_B(\uparrow) = \frac{1}{8}pb; V_C(\uparrow) = \frac{15}{8}pb; M_B(\curvearrowright) = \frac{3}{4}pb^2; \\
 N_{AB} &= -\frac{2}{8}pb; T_{AB} = \frac{3}{8}pb; M_{AB} = \frac{3}{8}pb \times 1; \\
 N_{BC} &= \text{"/"}; T_{BC} = -\frac{15}{8}pb; M_{BC} = \frac{3}{4}pb^2 - \frac{15}{8}pb \times 2; \\
 N_{DC} &= \text{"/"}; T_{DC} = \text{"/"}; M_{DC} = -3pb^2; \\
 \varphi_A &= -\frac{9pb^3}{4EI} \quad (2)
 \end{aligned}$$